Теория сигналов и систем

ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА СВЯЗИ С МЕЖСИМВОЛЬНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИЕЙ

Санников В.Г., Альнувейни С.

Московский технический университет связи и информатики

Пропускная способность идеальной системы. Из теоремы 17, сформулированной Шенноном [1, стр. 308], следует. Пропускная способность канала с полосой частот F, в котором действует квазибелый тепловой шум мощности P_N , при условии, что в полосе частот F средняя мощность квазибелого ансамбля сигналов S ограничена величиной P_S , определяется соотношением:

$$C_{\text{ид}} = F\log_2(1+P_S/P_N) = F\log_2(1+h^2) \quad \text{(бит/с)}, \tag{1}$$

где $P_S/P_N = h^2$ – отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе восстанавливающего идеального (с частотой среза $\Delta f_{\text{ср}} = F$) фильтра нижних частот (ИФНЧ).

Соотношение (1) определяет предел Шеннона для цифровых систем передачи без межсимвольных искажений. Модель идеальной цифровой системы передачи с данной пропускной способностью можно представить в виде, изображенном на рис.1, где в качестве ФНЧ используется ИФНЧ.

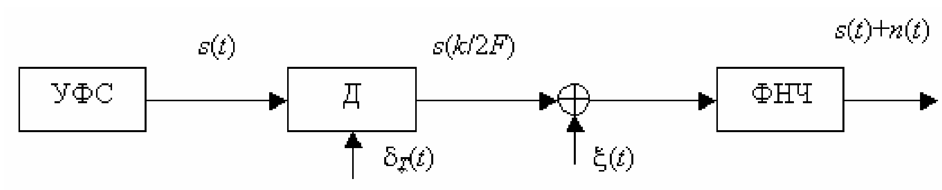

Рис. 1

Здесь УФС – устройство формирования сигнала $s(t)$, спектр плотности мощности (СПМ) которого постоянен в пределах полосы частот [$-F$, F] и равен $G_S/2$. Д – идеальный дискретизатор, благодаря которому сигнал $s(t)$ преобразуется в периодическую (с периодом $T = 1/2F$) последовательность случайных величин $\{s(k/2F)\}$, $k = 0,\pm1,\pm2,\ldots$. СПМ данной последовательности равен $G_S/2$ в бесконечной полосе частот. $\xi(t)$ – белый гауссовский шум с равномерным СПМ $G_\xi/2$. $s(t)+n(t)$ – отклик ФНЧ, равный сумме квазибелых сигнала и шума, мощности которых, соответственно, равны $P_S=G_SF$ и $P_N=G_\xi F$. Частотные зависимости сигналов и фильтров в данной системе показаны на рис. 2.

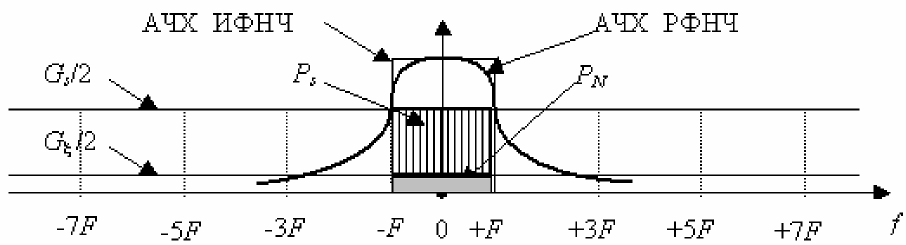

Рис. 2

Следует отметить, что аналогичная структура спектра может быть получена в идеальной многоканальной системе передачи с частотным разделением каналов [2]. При этом спектры квазибелых ансамблей каждого из каналов смещены друг относительно друга на частоты: $f_k = k2F$, $k = 0,\pm1,\pm2,\ldots$, а спектр группового сигнала, наблюдаемый на выходе сумматора, совпадает со спектром последовательности $\{s(k/2F)\}$.

Пропускная способность реальной системы. В реальных каналах ни одно из ограничений, введенных Шенноном, как правило, не выполняется. Так, реальные сигналы имеют конечную длительность, а потому их СПМ не ограничен по частоте. На выходе реального дискретизатора СПМ сигнала отличен от равномерного. Реальный шум не белый, а цветной, СПМ которого спадает с увеличением частоты. Реальный ФНЧ (РФНЧ) имеет неравномерную амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) (см. рис. 2).

Все эти факторы приводят к наличию межсимвольных искажений и, как следствие, к уменьшению пропускной способности реальных каналов связи. Покажем это на примере, когда в схеме на рис.1 вместо

ИФНЧ используется реальный ФНЧ типа фильтра Баттерворта, нормированная АЧХ которого принимает вид [3],

$$k(p,f)=1/\sqrt{1+\left(f/F\right)^{2p}},\quad p=1,2,..., \tag{2}$$

где F – частота среза РФНЧ на уровне 0,707 (3 dB) от максимума, p – порядок РФНЧ. Причем при p=1 – это АЧХ интегрирующей RC цепи, а при $p\to\infty$ – это АЧХ ИФНЧ.

Наличие в схеме рис.1 реального ФНЧ при условии, что справедливы остальные ограничения, введенные Шенноном, приводит к следующим искажениям восстанавливаемого сигнала.

Из-за неравномерности АЧХ РФНЧ в полосе частот F уменьшается мощность полезного сигнала, которая равна

$$P_S(p)=P_S\int_0^F k^2(p,f)df/F. \tag{3}$$

В отклике РФНЧ присутствует шум не только в полосе F, но и за ее пределами, с мощностью

$$P_N(p)=P_N\int_0^\infty k^2(p,f)df/F. \tag{4}$$

В отклике РФНЧ появляются также переходные помехи от сигналов с СПМ, смещенными относительно спектра передаваемого сигнала на частоты кратные частоте дискретизации, т.е. $f_k=k2F$, $k=\pm1,\pm2,...$, суммарная мощность которых равна

$$P_{SN}(p)=P_S\int_F^\infty k^2(p,f)df/F. \tag{5}$$

Если сигналы, наблюдаемые в различных полосах частот (см. рис. 2) с центральными частотами: $f_k=k2F$, $k=0,\pm1,\pm2,...$, независимы друг относительно друга и независимы по отношению к шуму, то отклик РФНЧ равен сумме не двух, но трех независимых случайных процессов: $s(p,t)$, $n(p,t)$ и $sn(p,t)$. Мощности данных процессов задаются соотношениями (3) – (5).

Введем величину отношения сигнал/(погрешность восстановления) следующего вида

$$h^2(p)=\frac{P_S(p)}{P_N(p)+P_{SN}(p)}. \tag{6}$$

В (1) вместо h^2 подставим величину $h^2(p)$ из (6). Тогда с учетом соотношений (2) – (5) после достаточно трудоемких преобразований (с использованием табличных интегралов [4]) приходим к следующему соотношению для пропускной способности рассматриваемой системы передачи, в которой вместо идеального ФНЧ по Шеннону используется реальный ФНЧ Баттерворта порядка p:

$$C(p)=C_{\text{èä}}-F\log_2\left[1+h^2\cdot a(p)\right],\quad p=1,2,..., \tag{7}$$

Здесь $C_{\text{ид}}$ определяется по (1). Параметр $a(p)$ – поправочный коэффициент, учитывающий не идеальность ФНЧ, и соответственно равный

$$a(p)=0{,}5\left\{1-2\pi^{-1}\sin\left(\pi/2p\right)\sum_{k=1}^{[0,5p]}\cos\left[\pi(2k-1)/2p\right]\ln\frac{1+\cos\left[\pi(2k-1)/2p\right]}{1-\cos\left[\pi(2k-1)/2p\right]}\right\}. \tag{8}$$

На рис. 3а приведена зависимость параметра $a(p)$ от порядка ФНЧ. Для фильтров Баттерворта до шестого порядка включительно данный параметр равен: $a(1)$ = 0,5, $a(2)$ = 0,21945, $a(3)$ = 0,13696, $a(4)$ = 0,09893, $a(5)$ = 0,07726, $a(6)$ = 0,06332. На рис. 3б показаны зависимости пропускной способности системы передачи от ОСШ h^2 при различном порядке ФНЧ. При $p\to\infty$ $a(p)\to0$, а пропускная способность реальной системы C(р) стремится к пропускной способности $C_{\text{ид}}$ идеальной системы.

Итак, получено новое соотношение (6) для пропускной способности цифровой системы передачи, учитывающей межсимвольную интерференцию. Из соотношения (6) следует вывод. Пропускная способность реальной системы определяется разностью между пропускной способностью системы, идеальной по Шеннону, и величиной потерь пропускной способности из-за не идеальности восстанавливающего фильтра.

Относительная средне квадратичная погрешность восстановления. В системах связи наряду с пропускной способностью важно оценить качество передачи, которое часто характеризуют относительной суммарной средне квадратичной погрешностью восстановления (ОСКПВ). При стационарности и эргодичности погрешности $n(t)$ восстановления с нулевым математическим ожиданием, ОСКПВ связана с отношением мощности сообщения к мощности помехи на выходе приемника следующим образом [5]:

$$\left(\frac{P_S}{P_n}\right)_{\text{âûõ}}\cong\frac{1}{\delta_\Sigma^2}. \tag{9}$$

Очевидно, в рассматриваемом случае имеем: $(P_S / P_n)_{\text{âûõ}} = h^2(p)$. Тогда, учитывая соотношения (2)-(6), находим следующее соотношение для ОСКПВ

$$\delta_\Sigma^2(p) = h^{-2}(p) = \frac{h^{-2} + a(p)}{1 - a(p)}. \tag{10}$$

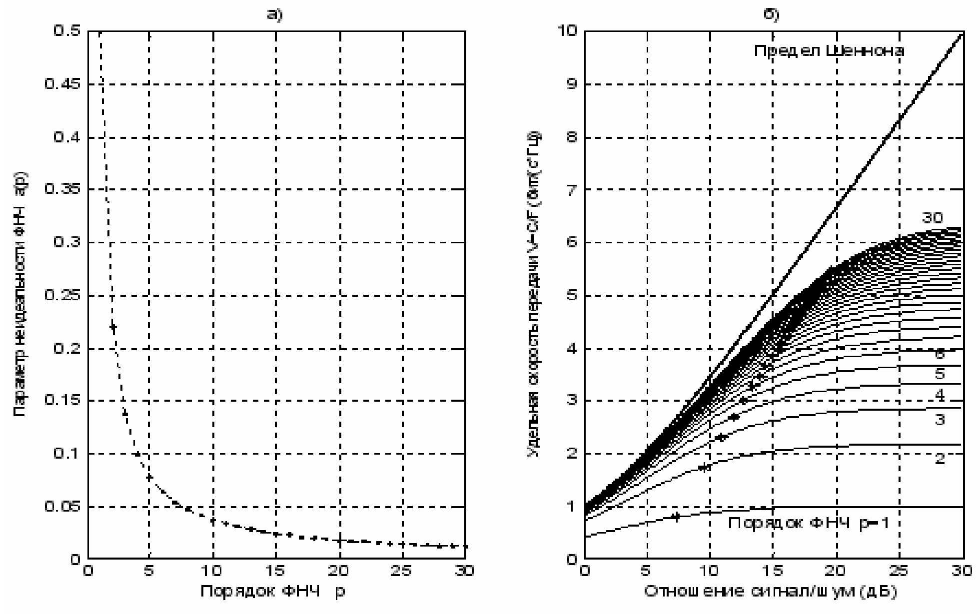

Рис. 3

На рис. 4а приведены графики зависимости ОСКПВ от отношения сигнал/шум в полосе частот F восстанавливающего фильтра при различных его порядках p. Анализируя эти графики, заключаем, что реальная система передачи характеризуется пороговыми свойствами, которые проявляются в резком возрастании средней мощности суммарной погрешности восстановления с уменьшением отношения сигнал/шум ниже порогового значения. Резкий рост средней мощности суммарной погрешности восстановления обусловлен, очевидно, сильным возрастанием мощности переходной (межсимвольной) помехи, определяемой из (5). На рис. 4а величины ОСКПВ для пороговых ОСШ отмечены звездочками.

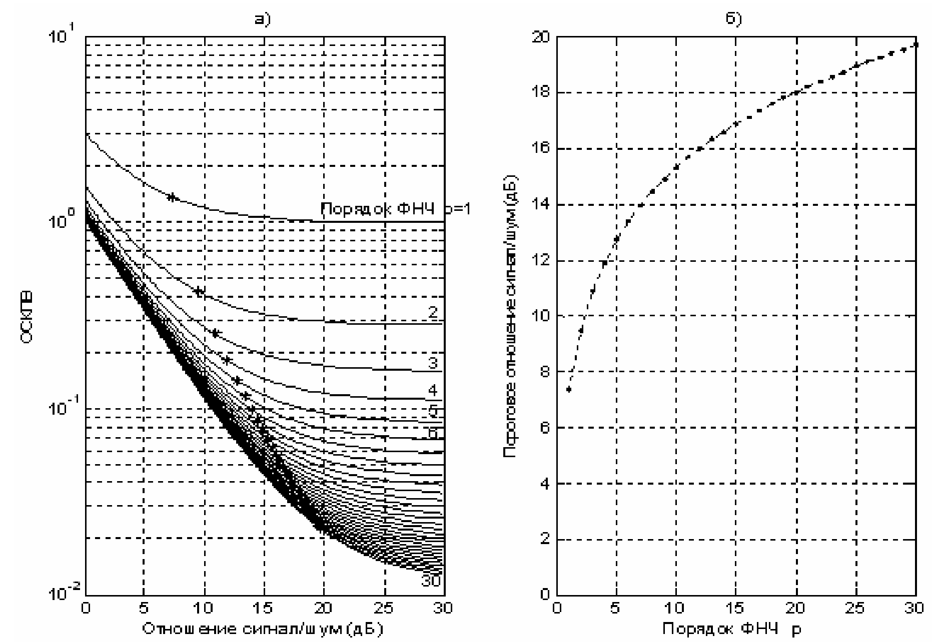

Рис. 4

Зависимости пороговых ОСШ от порядка восстанавливающего фильтра приведены на рис. 4б и представлены в таблице 1.

Таблица 1

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$h_{пор}$ (дБ)	7,32	9,48	10,86	11,88	12,72	13,38	13,92	14,46	14,88	15,30	15,66	15,96	16,32	16,56	16,86
p	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$h_{пор}$ (дБ)	17,10	17,34	17,58	17,82	18,00	18,18	18,36	18,54	18,72	18,90	19,08	19,20	19,38	19,50	19,68

Литература

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд. ИЛ. 1963. – 830 с.
2. Гитлиц М.В., Лев А.Ю. Теоретические основы многоканальной связи: Учеб. пособие для вузов связи. –М.: Радио и связь, 1985. – 248 с.
3. Голд Б., Рейдер Ч. Цифровая обработка сигналов. – М.: «Сов. радио», 1973. – 368 с.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, ГР ФМЛ. 1971. – 1108 с.
5. Фомин А.Ф., Ваванов Ю.В. Помехоустойчивость систем железнодорожной связи. – М.: Транспорт, 1987. – 295 с.

THROUGHPUT OF THE CHANNEL OF COMMUNICATION WITH INTERSYMBOLICAL INTERFERENTIONAL

Sannikov V., Alnuveini S.

Moscow technical university of communications and informatics (MTUCI)

In the theory and engineering of communication of one of major is the problem of efficiency. Essence it in transferring on system of communication the greatest quantity of the information by the most economical way with the given fidelity. The maximum on all distributions of a source of quantity of the information transmitted in unit of time, defines throughput of system or channel.

In work C. Shannon: "Communication in the presence of noise", is resulted account of throughput of the channel of communication at some ideal restrictions. In particular, as restoring, the ideal filter of the bottom frequencies (FBF) is used. In engineering of communication this restriction is not carried out. For restoration transmitted on the channel with noise of the messages, is used real FBF. It results in presence of intersymbolical distortions and, as a consequence, to reduction of throughput of real channels of communication.

In the given work on an example, when in the circuit of system of transfer instead of ideal FBF is used real FBF such as the filter Battervort, the generalization of the formula Shannon for throughput of the channel of communication is given. Provided that other restrictions entered Shannon are fair is shown, that the presence in system of transfer real FBF results in the following distortions of a restored signal. Because of non-uniformity is peak - frequency the characteristics FBF in a strip of frequencies pass band the capacity of a useful signal decreases. At the response FBF there is a noise not only in a passband, but also and behind its limits. Besides in the response FBF there are transitive handicapes from signals next channels, as in multichannel communication, or because of presence of products samples by digital transfer.

In view of all given factors, the new parity for throughput of digital system of transfer which is taking into account intersymbolical interferentional is received. Is shown, that the throughput of the real channel of communication is defined by a difference between throughput of the channel, ideal on Shannon, and size of losses of throughput because of not ideal restoring FBF. Is shown, that at aspiration of the order FBF to infinity, the throughput of the real channel aspires to throughput on Shannon.

In systems of communication alongside with throughput it is important to estimate quality of transfer, which frequently characterize relative total mean by a square-law error of restoration. The parity for the given error is received, which analysis shows, that the real system of transfer is characterized by threshold properties. The dependence of the threshold attitude a signal / noise from the order restoring FBF is given.